Домашна работа 1 по ДИС 1, за спец. КН 1 курс, 2 поток

Камен Димитров Младенов, Група 6

14 Ноември 2021

Задача 1. Изследвайте функцията за обратимост. Намерете максимален интервал на обратимост, както и нейната обратна

$$f(x) = \log_5(x^2 - 2x + 1)$$

Решение [TODO]

Задача 2. Докажете тъждеството

$$\arcsin\left(2x\sqrt{1-x^2}\right) = \pi - 2\arccos(x), \text{ където } x \in \left[\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

Решение [TODO]

Задача 3. Пресметнете границата на редицата

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt[n-5]{n-5} + 2^{2n} + n^{12}}{10^n - n^3 + (-1)^{3n+5}}$$

Решение [TODO]

Задача 4. Пресметнете границата на редицата.

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2 - 5n + 14}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n^2-n+2}{n+5}}$$

Решение

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2 - 5n + 14}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n^2-n+2}{n+5}} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2 + 1 - 5n + 13}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n^2-n+2}{n+5}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{13 - 5n}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n^2-n+2}{n+5}} = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{n^2+1}{13-5n}}\right)^{\frac{n^2+1}{13-5n} \cdot \frac{13-5n}{n^2+1} \cdot \frac{n^2-n+2}{n+5}}$$

От $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{p_n}\right)^{p_n b_n} = e^{\lim_{n\to\infty} b_n}$, задачата се свежда до $e^{\lim_{n\to\infty} b_n} = ?$, където $b_n = \frac{13-5n}{n^2+1} \cdot \frac{n^2-n+2}{n+5}$

$$\lim_{n\to\infty} b_n = \lim_{n\to\infty} \frac{13-5n}{n^2+1} \cdot \frac{n^2-n+2}{n+5} = \lim_{n\to\infty} \frac{13n^2-13n+26-5n^3+5n^2-10n}{n^3+5n^2+n+5} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{-5n^3+18n^2-23n+26}{n^3+5n^2+n+5} = \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{n^3}\cdot\left(-5+\frac{18}{n}-\frac{23}{n^2}+\frac{26}{n^3}\right)}{\cancel{n^3}\cdot\left(1+\frac{5}{n}+\frac{1}{n^2}+\frac{5}{n^3}\right)} =$$

$$= \frac{\lim\limits_{n\to\infty} -5+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{18}{n}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{23}{n^2}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{26}{n^3}}{\lim\limits_{n\to\infty} 1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5}{n^3}} = \frac{-5+0+0+0}{1+0+0+0} = -5$$

$$\implies e^{\lim_{n\to\infty} b_n} = e^{-5} = \frac{1}{e^5}$$